हसत-खेळत गणित



वि. र. गोडे

हसत-खेळत गणित

वि. र. गोडे.

राजहंस प्रकाशन / पुणे.

हसत-खेळत गणित

प्रकाशक :
दिलीप माजगावकर
राजहंस प्रकाशन,
१०२५, सदाशिव पेठ,
पुणे ४११ ०३०.

टाईपसेट :
पॅन टायपोग्राफिक्स

मुखपृष्ठ व चित्रे :
चारुहास पंडित

मुद्रक :
दिलीप माजगावकर
साप्ताहिक मुद्रण
१०२५, सदाशिव पेठ,
पुणे ४११ ०३०.

प्रथमावृत्ती :
एप्रिल १९९१

किंमत :
रूपये बारा

वि. र. गोडे
टी-२, रूपल सोसायटी
म. गांधी रोड,
पु. भा. भावे सांस्कृतिक
कल्याण केंद्रासमोर
डोंबिवली (प.) मुंबई.



ती. आईस

तिचाच हा खाऊ

बालमित्रमंडळींना---

मी निमित्तमात्र !

त्याचं नाव ठेवलं. या कार्यक्रमात गणित-गाणी, कोडी, विनोद या आकर्षणांबरोबरच अभ्यासाचाही भाग होता. इ. 7 वी पर्यंतच्या मुलांसमोर शिक्षकांचे उपस्थितीत याचे प्रयोग अनेक शाळांतून झाले.

या कार्यक्रमाचे वेळी दोन दोन तास मुलं उत्साहानं सहभागी होतात. उत्तरं देण्यासाठी त्यांच्यात अहमहमिका निर्माण होते. ही त्यांच्या वयाची सहजप्रवृत्ती असली तरी गणिताचे बाबतीत त्यांचेकडून मिळणारा प्रचंड प्रतिसाद हा मला शुभशकुन वाटतो ! कार्यक्रमाचे वेळी एक शिक्षिका म्हणाल्या, मुलांच्या अंगी असलेल्या अतिउत्साहाचं हे उदात्तीकरण आहे ! माझं भाग्य असं की, डॉ. जयंत नारळीकर हे बालमोहन विद्यामंदिरमधील या कार्यक्रमाला उपस्थित होते. बालमनातील गणित या विषयाबद्दलची भीती या कार्यक्रमामुळं दूर होते असा अभिप्राय त्यांनी व्यक्त केला.

मी मुलांमध्ये रमतो. मुलानं दिलेल्या अचूक, सोप्या उत्तराचंही कौतुक केलं तर त्याला एक प्रकारचा आत्मविश्वास वाटू लागतो. (मुलाचं उत्तर चुकीचं असलं तर त्याची हेटाळणी करण्याची प्रवृत्ती काही वेळा काही ठिकाणी दिसते याचा खेद वाटतो.) उत्तेजन मिळाल्यावर मुलाला त्या विषयाबद्दल प्रेम वाटू लागतं.

याच दृष्टिकोनातून हे पुस्तक लिहिलं आहे. मुलांना दुर्बोध वाटणाऱ्या मसावि, लसावि या संकल्पना मनोरंजक पद्धतीनं स्पष्ट करण्याचा प्रयत्न केला आहे. अगदी सामान्य बुद्धिमत्तेच्या मुलालाही हे पुस्तक उत्सुकतेनं वाचावंसं वाटावं व गणिताबद्दल आवड निर्माण व्हावी हाच हेतू मनाशी आहे. मुलांच्या सृजनशक्तीला वाव देणारी व त्यांच्या बुद्धिमत्तेला आव्हान देणारी काठिण्य पातळीवरील काही उदाहरणंही मुद्दाम सोडवण्यासाठी दिली आहेत.

गणिताच्या शिक्षणासाठी ज्यांनी स्वतःला जणू काय वाहून घेतलं आहे, असे माझे दुसरे मित्र महाराष्ट्र राज्य माध्यमिक शिक्षण मंडळाचे

एक लेखक, पेपर सेटर, शिक्षकांना नवगणिताचे मार्गदर्शन करणारे, म. ग. अध्या. मंडळाच्या गणित प्रज्ञा परीक्षा वगैरे कामात रस घेणारे असे श्री. वा. के. वाड (सर). त्यांच्या बहुमोल मार्गदर्शनाबद्दल मी त्यांचा कृतज्ञ आहे. तसंच मला वेळोवेळी प्रोत्साहन देणाऱ्या श्री. श्रीराम खटावकर सर (डी. एस्. हायस्कूल, शीव, मुंबई) यांचाही मी आभारी आहे.

राजहंस प्रकाशनतर्फे हे पुस्तक प्रकाशित होत आहे याचा अतिशय आनंद वाटतो. प्रकाशक श्री. दिलीप माजगावकर यांना त्याबद्दल मनःपूर्वक धन्यवाद.

वाचकांनी या पुस्तकाबद्दलच्या प्रतिक्रिया अवश्य कळवाव्यात.

गणित-विषयी रति वाढो हीच इच्छा !

सर्वांचा नम्र,
गणितप्रेमी वि. र. गोडे.



गणिताचा अभ्यास कसा करावा ?

'आमच्या वर्गांतला राजू स्कॉलर आहे. गणितात त्याला पैकीच्या पैकी मार्क मिळतात. आम्हालाही गणित चांगलं यावं यासाठी काही युक्ती आहे का हो ?' प्रज्ञानं मला विचारलं. तिच्या सारखंच तुम्हालाही विचारावंसं वाटत असणार. मग ऐका तर—

गणिताचा अभ्यास कसा करावा ?

तुम्ही मराठी भाषेचा (पाठ्यपुस्तकांचा) अभ्यास करता. इतिहास भूगोल इत्यादी अन्य विषयांचाही करता. तसाच अभ्यास गणिताचा करायचा असतो का ? —तर, नाही. प्रत्येक विषयाचं स्वरूप वेगळं असतं. त्यामुळं अभ्यासाची पद्धतही वेगळी असते.

गणितामध्ये प्रथम तुमची समजूत पटली पाहिजे. नंतर, जी पद्धत किंवा रीत पुस्तकात दिली आहे ती तुम्हाला यायला हवी आणि शेवटी एखादं दिलेलं उदाहरण हे कौशल्यानं सोडवता यायला पाहिजे. लक्षात ठेवा, या तीनही गोष्टी महत्त्वाच्या आहेत. समजा, एखादी संकल्पना (म्हणजे गुणधर्म) तुम्हांला समजलेलीच नाही तर रीत तुम्हाला कशी येणार ? किंवा रीतच येत नसेल तर दिलेलं उदाहरण तुम्ही कसं सोडवणार ?

नमुन्याकरता आपण एक संकल्पना (संबोध) घेऊ या.

गोट्यानं मोगऱ्याची फुलं आणली. त्यानं 10/10 फुलांचे हार केले असते तर पूर्ण हार होऊन एकही फूल उरलं नसतं. 15/15 फुलांचे हार केले असते तरी तसंच झालं असतं. तर गोट्यानं कमीत कमी किती फुलं आणली होती ?

इथं, 'कमीत कमी' हा शब्द आला आहे, म्हणजे लसावि काढायचा असा ठोकताळा वापरल्यास तुम्ही बरोबर उत्तर काढू शकाल. पण लसाविची संकल्पनाच जर कळली नसेल, तर पुढं कधी अपूर्णांकांची बेरीज, वजाबाकी करताना छेदांचा लसावि कां काढायचा हे तुम्हांला कळणार नाही. तेथे, कमीत कमी असा शब्द काही वापरलेला नसणार. म्हणून नुसत्या ठोकताळ्यांनी गणित विषय येणार नाही. गुणधर्मांची (संकल्पनांची) नीटशी समजूत करून घेणं आवश्यक आहे.

गणिताचं पुस्तक समजून घेण्यासाठी ते कसं वाचावं ?

भाषा विषयाचं पुस्तक तुम्ही जसं वाचता तसं गणिताचं पुस्तक वाचून चालणार नाही. म्हणजेच गणित विषयाचे बाबतीत प्रत्येक शब्दाचा अर्थ तुम्हाला कळलाच पाहिजे. उदा.

त्याला फार भूक लागली होती. पोटात कावळे कावकाव करू लागले होते. त्यानं शिदोरी म्हणून भाकऱ्या आणल्या होत्या. त्यानं गाठोडं सोडलं व भाकऱ्या खाऊन त्याचं पोट भरलं.

इथं, पोटात कावळे-- शिदोरी-- गोठोडं यांपैकी कशाचाही अर्थ कळला नाही तरी एकवेळ चालेल. मुख्य घटना—भूक लागल्यावर त्यानं भाकऱ्या खाल्ल्या एवढं समजलं तरी पुरे.

पण, द. सा. द. शे. व्याजाचा दर 7 रु. आहे. इथं द. सा. द. शे., व्याज, त्याचा दर या सर्व शब्दांचा अर्थ माहीत असलाच पाहिजे.

किंवा, तीन अंकी लहानांत लहान संख्या म्हटल्यावर अंक 'तीन' ही

संख्या असा चुकीचा अर्थ लावल्यास घोटाळा होईल. म्हणून गणितातील प्रत्येक शब्दाचा अर्थ समजून घ्या.

प्रत्येक शब्द व विचार कळला की, तो भाग स्पष्ट करण्यासाठी, काही उदाहरणं दिलेली असतात. ती पुन्हा पुन्हा वाचावीत. म्हणजे तो भाग पक्का होत जाईल.

भरपूर उदाहरणं सोडवत चला.

प्रत्येक भागानंतर जी उदाहरणं दिलेली असतात ती सुरुवातीला सोपी सोपी व नंतर कठीण असतात. कधी कधी त्यांत किती विविध प्रकार असतात, नाही ? कधी, कुठंतरी मेख मारलेली असते, तर कधी चातुर्यानं प्रश्न विचारलेला असतो. अशी भरपूर उदाहरणं सोडविण्याचा सराव केल्यामुळं तुमचं ज्ञान सखोल होईल. ते वरवरचं, तुटपुंजं राहणार नाही. ते दृढ होईल, त्याला Depth (खोली) येईल.

तुमचं वर्गात नेहमी लक्ष असतं का ?

वर्गात शिक्षक शिकवत असताना काही मुलांचं अर्धवट लक्ष असतं, तर काहींचं अजिबात लक्ष नसतं. घरचे विचार किंवा मित्र, टी. व्ही, सुटीतील कार्यक्रम इ. संबंधींचे विचार त्यांचे डोक्यात चालू असतात. ही मुलं देहानं वर्गात असतात पण त्यांची मनं मात्र बाहेर सैरावैरा धावत असतात. याउलट आता म्हाद्याचं उदाहरण घेऊ या.

वर्गात सरांच्या शिकवण्याकडे म्हाद्याचं अगदी एकाग्रतेनं लक्ष असतं. त्यांचा प्रत्येक शब्द तो मन लावून ऐकतो. फळ्यावरील मजकूर नीट लक्ष देऊन तो वाचतो. त्यावेळी त्याचं दुसऱ्या कोणत्याही गोष्टीकडे लक्ष असत नाही. दुसरा कोणताही विचार त्याचे मनात नसतो. म्हाद्याचा आदर्श तुम्ही डोळ्यासमोर ठेवा.

विषयातील भाग तुमच्या मनावर ठसावा, तुमच्या चांगला लक्षात

राहावा म्हणून पुन्हा पुन्हा तो भाग सर वर्गात सांगत असतात. त्याची टिपणं तुम्ही तुमच्या वहीत करत चला. तसेंच, जर एखादा मुद्दा तुम्हाला समजला नाही तर तुमची शंका मनात ठेवू नका. सरांना, किंवा एखादी तुमच्या परिचयातील गणित आवडणारी व्यक्ती असेल तर तिला, मोकळेपणानं तुमची शंका विचारा. खुलासा किंवा स्पष्टीकरण झाल्यावर तुमच्या मनाला समाधान मिळेल व पुढील भाग शिकणं सोपं होईल.

वर्गात शिक्षक तुम्हाला प्रश्न विचारतात तेव्हा उत्तरं देण्याची सवय लावून घ्या. घाबरू नका. चुकलं तर चुकलं ! पण उत्तर देण्यासाठी शिक्षक काय सांगतात व विचारतात याकडे लक्ष हवं. विचार करून उत्तर द्या. उत्तर देण्यासाठी लाजू नका. विद्या घेताना लाजायचं कशाला ? तुम्ही उत्तरं देऊ लागल्यावर विषय तुम्हाला कितपत समजला आहे हे तुमच्या शिक्षकांना कळू शकते.

असं होऊ शकतं, की पुस्तक वाचताना काही भाग आपल्याला कळत नाही. तर, एक गोष्ट करा. हा भाग जेव्हा वर्गात शिकवला जातो, त्यावेळी त्याकडे अगदी बारकाईनं लक्ष द्या. मग घरी आल्यावर पुस्तकातील तो भाग पुन्हा वाचा.

थोडक्यात, वर्गात फक्त कानानं ऐकू नका तर मनानंही समजून घ्या. नेहमी 'सावध' रहा.

पुस्तक वाचताना कठीण शब्द, नवीन शब्द, किंवा न कळलेला भाग अधोरेखित करा. त्यानंतर पुढं वाचत रहा. यावेळी आधी न कळलेल्या भागांचा अर्थ तुम्हाला समजू लागतो.

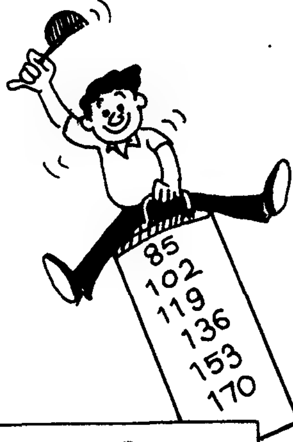
गणिताच्या अभ्यासासाठी कंपासपेटी, आकृत्या इत्यादींचा भरपूर वापर करा. अभ्यासात वक्तशीरपणा हवा. याला फार महत्त्व आहे. शांत वातावरण अभ्यासासाठी उत्तम. गणिताचे बाबतीत मन शांत व एकाग्र असावं. 'असंच का' हा प्रश्न दर वेळी मनाला विचारा. भागिले म्हणजे

उलट करून गुणिले, का ? छेद का सारखे करायचे ? सरासरीची आवश्यकता कशासाठी ? याची उत्तरं तुमच्याजवळ हवीत.

गणिताचा अभ्यास प्रेमानं, आवडीनं करा. गणिताच्या अभ्यासामुळं आपली तर्कशक्ती (Logical Thinking) वाढते व अडीअडचणीचे वेळी, गणिती दृष्टिकोनामुळं, योग्य तो मार्ग काढणं शक्य होतं. शिवाय एक उच्च पातळीचा आनंद मिळतो तो निराळाच !



पाढेस्वार !



ए	का	व	चौ	स
बा	ब	छ	प	छ
रा	प्प	हा	त्र	त्ती
त्र	चौ	त्त	त	स
छ	प	र	ते	र

तीन चोक ↓
साही सक ↓
साती आठे ↙
नवा सक ↓
नवा आठे ↘

चौ	अ	ठ्ठ्या	ह	त्त	र
दा	दू	श	हा	ण्ण	व
सा	व	ण्ण	ठ्ठ्या	अ	ते
ध	ष्ट	शा	वि	बा	रा
रा	ते	हे	प	सा	ष्ट
व	ण्ण	शे	च	पा	शे

12×8 →
13×1 ↓
13×6 →
14×7 ←
15×8 ↘

भागाकार आला मदतीला.



म्हादबा एक भला माणूस.
गावाला निघाला.
चाल चाल चालला.
दमला. आणि विसावा घ्यायला
एका झाडाखाली निवांत बसला.
भाकरीचं गाठोडं सोडलं.
एकंदर दोन भाकऱ्या होत्या.
घास घेणार इतक्यात
तिकडून आला सोनबा.
फार भुकेलेला.
म्हादबानं आपल्यातली एक भाकरी
त्याला दिली.
आपण एक घेतली.
2 भाकऱ्यांची अशी
सारखी वाटणी केली.
2 भाकऱ्या वाटल्या दोघात
प्रत्येकाला एकेक भाकरी
$2 \div 2 = 1$
भाकरी खाल्ली. दोघे पाणी प्यायले,
सोनबा निघाला.
दुवा दिला भागाकाराला.

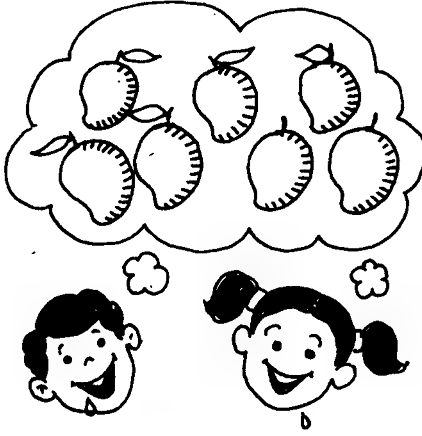
इकडे बघा जरा संख्या भरभर भरा

(1) 8) 16 ☐

(2) 3) 22 ☐ बाकी ☐

(3) 9) 80 ☐ बाकी ☐

(4) 8) 64 ☐ बाकी ☐



पट पट पट पट
कितीची कितीपट
सांगा झटपट !

मुलांचा वात्रटपणा

कोकणातून आंबे घेऊन आज काका येणार होते. सकाळीच मुलांचा संवाद चाललेला.

रामू : मी एकावेळी दहा आंबे खाईन. 10

प्रिया : मी रामूच्या दुप्पट खाईन. 20

मालू : मी ना— रामूच्या तिप्पट खाईन. 30

गोपू : मी मालूच्या दुप्पट खाईन. 60

मालू : तिपटीच्या दुप्पट ! म्हणजे सहापट झाली !...

चंदू : मी रामूच्या हजारपट, लक्षपट खाईन.

छोटी नंदा : मी आभाळाएवढे खाईन.

आई : (आतून) काय रे वात्रटपणा चाललाय तुमचा ? चंदू, हजारपट म्हणजे किती ते कळतं का तुला ? रामू खाणार दहा आंबे. त्यांची हजारपट, म्हणजे किती झाली ?

(मुलं 'किती किती' असं करत बसतात.)

मालू किती आंबे खाईन म्हणते ? (संख्या सांगा.)

गोपू किती आंबे खाईन म्हणतो ? (संख्या सांगा.)

आता तुम्ही लिहा पाहू उत्तरं

रिकाम्या जागा भरा.

(1) दहाची हजारपट म्हणजे [ ] हजार.

म्हणजे,

1 वर [ ] शून्ये

10 वर [ ] शून्ये

100 वर [ ] शून्ये

1000 वर [ ] शून्ये

रिकाम्या जागा भरा.

3 ची 1 पट म्हणजे 3 [ ] 1 = [ ]

4 ची 5 पट म्हणजे 5 ची [ ] पट = [ ]

पाढे पाठ, कॉलर ताठ !

र	अ	डु	स	ष्टा	शे	ठ
शे	सा	हा	दु	न्रा	पं	चा
वा	ती	स	नं	च्या	सा	ती
ण्ण	दो	न	ह	चा	ती	शे
ठ्या	न	त्त	बा	ब्या	शे	वा
अ	रा	क	वी	ण्ण	दो	ण्ण
शे	रा	ए	क	व	न	ब्या

22 × 9 ↑

23 × 4 ↓

23 × 10 ↓

24 × 7 →

24 × 8 ↑

25 × 7 ↙



गरम गरम खमंग पेढे



रमाकाकींनी घरी पेढे तयार केले.

लाडक्या नाती दीप्ती व ज्योती यांना 6 पेढे दिले. दोघींनी सारखे पेढे वाटून घेतले. प्रत्येकीला 3 मिळाले. इतक्यात प्रीती गाणं गुणगुणत उड्या मारत आली. तेव्हा ते 6 पेढे तिघींनी सारखे वाटून घेतले. प्रत्येकीला मिळाले दोन.

6 चे 3 भाग केले तर प्रत्येक भागात 2

6 चे 2 भाग केले तर प्रत्येक भागात 3

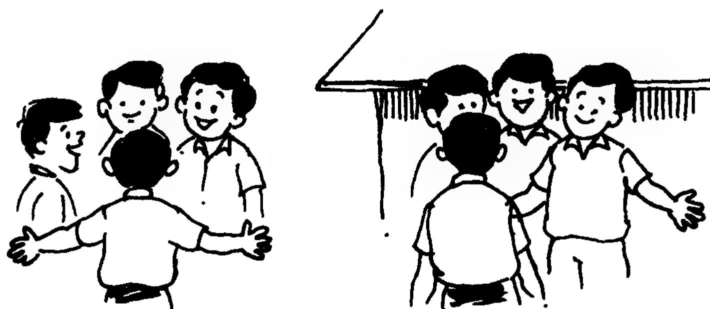
$6 \div 3 = 2$ $6 \div 2 = 3$

चॅलेंज् !

तुम्ही असं एखादं उदाहरण तयार करू शकाल ?

शाब्दिक शाब्दिक शाब्दिक शा ब्दि क

शाब्दिक शा ब्दि क



चला मैदानावर

सायंकाळी मोकळ्या हवेत आम्ही मैदानावर जमलो. मोकळ्यावर किती फ्रेश वाटतं नाही ?

नवीन खेळ शिकवायला दामलेसर आले. म्हणाले, 'तुम्ही 50 मुलं आहात. 4-4 चे जास्तीत जास्त गट करा पाहू. आम्ही 4, 4, 4,... असे एकूण 12 गट केले. 2 मुलं उरली.

सर म्हणाले,'अरे वा ! तुम्हाला भागाकार करता येऊ लागला की !

भागाकार आला 12. बाकी किती ?'

'दोन !' आम्ही ओरडलो.

□□□

13 ÷ 3

बाकी शून्य येण्यासाठी

(1) 13 मध्ये कमीत कमी किती मिळवावे ?

(2) 13 मधून कमीतकमी किती वजा करावेत ?

(3) 30 मणी 4 जणात सारखे वाटले तर किती मणी उरतील ?

□□□

च ट ले वा
च गि ले भा

खर्च केला खर्चले
वाटे केले वाटले
भाग पाडला [illegible]

तोंडी भागाकार करा आणि भागाकार व बाकी लिहा :

(i) $505 \div 5$ (ii) $111 \div 11$ (iii) $405 \div 5$
(iv) $450 \div 5$ (v) $333 \div 9$ (vi) $203 \div 7$
(vii) $864 \div 8$

शूः ! शूः ! भरभर भरा

नमुना

उत्तर

1	2
4	6

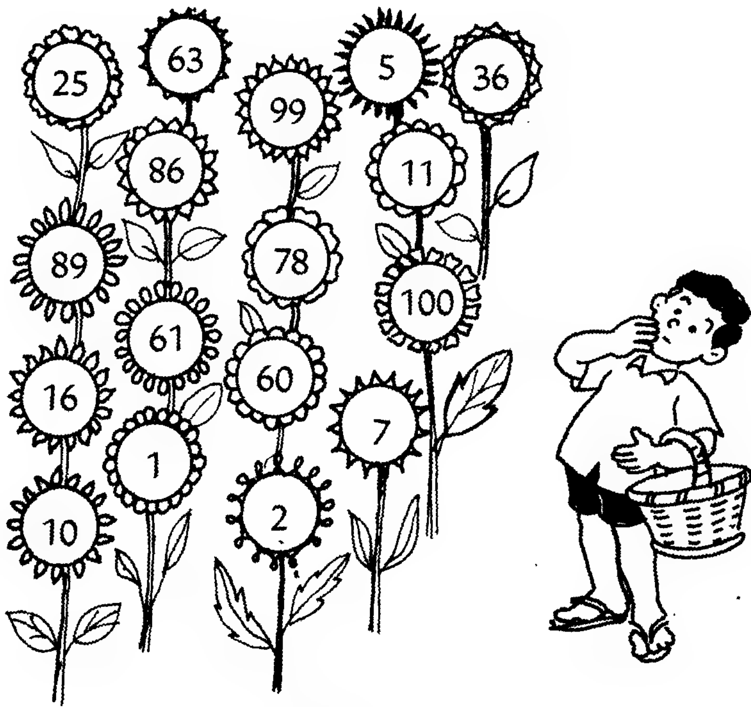
1, 2, 4 व 6 हे अंक लहान चौरसांत भरले आहेत. त्यावरून 12, 14, 26, 46 या संख्या उभ्या किंवा आडव्या वाचता येतील.

आता तुम्ही लहान चौरसांत एकेक अंक असा भरा की खालील संख्या वरीलप्रमाणे वाचता येतील.

18 38 42 44 304

आम्हाला दोननं भाग जातो. म्हणून आम्ही आहोत.

सम संख्या



विषम संख्यांचीच फुलं हरबा वेचणार आहे. त्यांचेवर 'टिक्' मारा.

विषम संख्या : 2 नं भागलं असता बाकी 1 उरणारी संख्या.

2 *   2 नं भाग जाणारी ही संख्या आहे. तर फुलीचे जागी मोठ्यांत मोठा कोणता अंक असावा ?

100 चे आतील मोठ्यांत मोठी विषम संख्या व लहानांत लहान समसंख्या यांत कितीचा फरक आहे ?

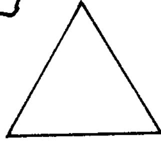
रिकाम्या जागा भरा

1 ही विषम संख्या आहे. कारण तिला ☐ नं भागलं तर बाकी 1 उरते.

☐☐☐



आँ ? आसं हाय व्हय ?



2, 4, 6 — **सम** संख्या

समान बाजू

गुरुजींनी अचूक उत्तर सांगितलं. — **सेम्**

माझंही सेम् (तेच) आलं,

विनूची मात्र शेम् झाली.

दो	हो	द	बा	स	त्त	का	ए
सा	ही	हा	व	व	न	ए	क्या
द	न	दो	त्र	चो	क	शी	ऐ
र	व्व	द	न	वी	सा	दो	शीं
शी	ऐ	त्या	स	शे	चा	रो	न
जा	ह	र	चा	दो	व	चा	पं
प	स्ती	सा	शे	न	त्र	प्प	छ
छ	न	दो	शीं	त्ती	ब	ण्ण	व

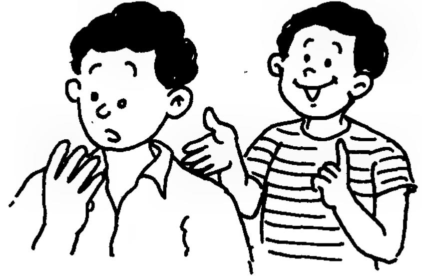
26 × 2 ↓
27 त्रिक ↓
27 पंचे →
28 दूणे ←
29 त्रिक ←
29 आठे ←
30 साते ↘

67	30	22	31	87	15	63	23	9	19	18
11	89	33	99	102	3	93	13	14	37	83

यांतील मूळ संख्यांच्या पताका कोंडिबानं लावल्या. त्यांचेवर 'टिक्' करा.

□□□

शॉर्टकट्



सदू : 12 तून 4 गेले
मुलं : उरले 8
सदू : 8 तून 4 गेले
मुलं : उरले 4
सदू : 4 तून 4 गेले
मुलं : उरलं शून्य
(रामू येतो)
रामू : अरे, अरे, अरे !
सदू : काय झालं रे ?
रामू : 4 गेले, 4 गेले
सारखं काय करतोस ?

12 ला 4 नं भागून टाक
चार त्रिक बारा
वजाबाकीची कशाला खटपट
भागाकाराचा असता शॉर्टकट ?

पोरा ! तुझी काय बी चूक न्हाइ.

```
   1 + 1 + 1
5 ) 15          1 + 1 + 1 = 3
  - 5
   10
  - 5
    5
  - 5
    0
```

```
     12
32)415
  - 32
     95
   - 64
     31
```

```
     105
24)2525
  - 24
   0125
  - 120
    005
```

शून्याची इज्जत राखा !

1) 7250 ÷ 36 2) 19874 ÷ 37 3) 12321 ÷ 11

4) 87087 ÷ 29 5) 11755 ÷ 25 6) 2233 ÷ 14

7) 86205 ÷ 47

1 2 3 4 5 यांतील प्रत्येक अंक एकेकदाच वापरून हा भागाकार रचा.

```
      □ □
□ ) □ □
```



लिहितो तो लेखक
वाचतो तो वाचक
भागतो तो [ ]

वाजवायचं ते वाद्य
भागायचं तो [ ]



भागम् भाग



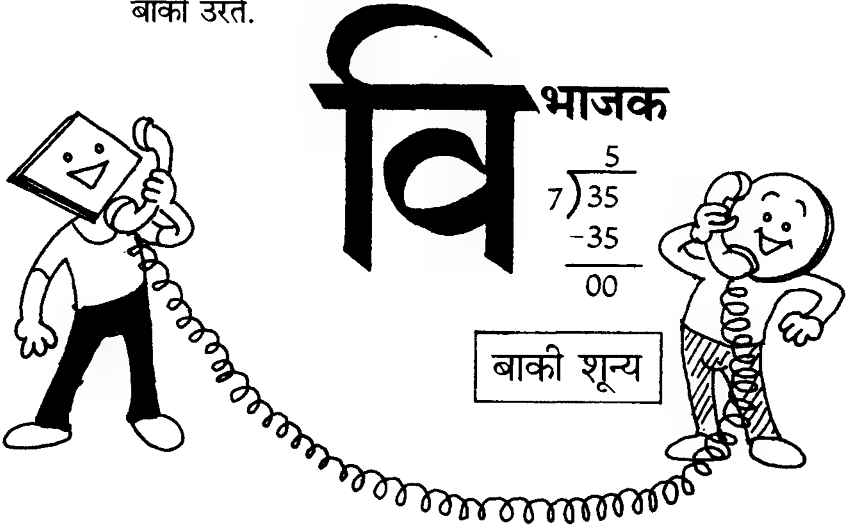
भा	गा	बा	वि	का
का	भा	भा	की	की
र	ज	ज्य	बा	बा
क	की	भा	ज	क
बा	भा	गा	का	र

पूर्ण भाग देणारा ↙
भागणारा →
उरणारी ती ↘
भागल्यावर येणारा →
ज्याला भागायचं तो ↘

भाजक

$$\begin{array}{r} 4 \\ 7\overline{)32} \\ -28 \\ \hline 04 \end{array}$$

बाकी उरते.



'हॅलोऽ मी भाजक बोलतोय्.'
'बोला — काय म्हणता ?'
'आत्ताच मी 35 ला भागलं, आणि बाकी शून्य आली.'
'बाकी शून्य येते आणि स्वतःला भाजक म्हणवता ? विभाजक आहात तुम्ही विभाजक !'
'भागाकार 5 आलाय्.'
'तर मग तुम्ही विभाजक 7 आहात. विसरू नका !'

$$11\overline{)2222}\quad 22$$

इथं कोणती चूक आहे ?

चॅलेंज् !

$$AA\overline{)ABA}\quad AA$$

अक्षरांचे जागी कोणते अंक हवेत ?

$$A\overline{)BA}\quad A$$

याची दोन उत्तरं निघू शकतात. कोणती बरं ?

दोनदा डोकं खाजवा !



गणित प्रज्ञा 79
इयत्ता 5 वी

खालील भागाकाराच्या उदाहरणात तोच तोच अंक आहे. तर ते उदाहरण बरोबर होण्यासाठी * च्या जागी कोणता अंक पाहिजे ?

```
      * 1
  * ) 2 * *
    - 2 *
    -------
        *
      - *
      ----
        0
```

बेस्ट ऑफ लक् !

3

'ग्यानबाची युक्ती'

हिरवीगार शेतं. हिरवीगार कणसं. जनी आणि ग्यानबा. मातीच्या ढेकळाशी खेळताहेत.

ग्यानबा : जनी, गुर्जी म्हणाले, या तिनाचे आपल्यावर लइ उपकार हायेत.

जनी : ते कसं रे दादा ?

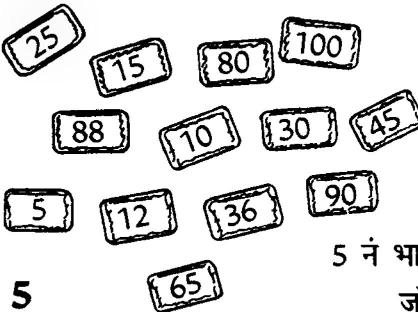
ग्यानबा : कोनची बी संख्या घेयाची, त्यांतील समद्या आकड्यांची बेरीज करायची. तिला 3 नं भाग गेला तर समद्या संख्येला 3 नं भाग गेलाच पाहिजे.

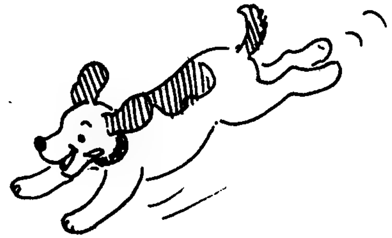
जनी : मी सांगते संख्या 1 2 3. बेरीज:1 + 2 + 3=6 ला 3 नं भाग जातो.

ग्यानबा : तर मग 1 2 3 ला 3 नं भाग गेलाच पाहिजे. 123 ÷ 3 = 41

1 2 3 4 * 3 या संख्येला 3 नं भाग जातो. तर फुलीच्या जागी लहानांत लहान कोणता अंक हवा ?

जॉनी मेरा नाम





5 नं भाग जाणाऱ्या संख्यांचीच बिस्किटं जॉनी खातो. त्यांचेवर 'टिक्' करा.

5

9

संख्या	अंकांची बेरीज	9नं भाग जातो	
18	1 + 8 = 9	9 ÷ 9 = 1	18 ला 9 नं भाग जातो.
918	9 + 1 + 8 = 18	18 ÷ 9 = 2	918 ला 9 नं भाग जातो.

चला, बाळांनो ! 9 च्या कसोटीचा तुम्हीच नियम तयार करा !

बक अप् !

यांना हसू नका !



बाळू म्हणतो, अवय पाडा.



साळू म्हणते, आयवय पाडा.



म्हाद्या म्हणतो, यवयव पाडा.

बरोबर म्हणायचं कसं ते यांना सांगा पाहू !



शिर्प्या ! तिरप्याचं आडवं कसं झालं ?



$\times$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times\ 3 \\ \hline 6 \end{array}$$

6 चे अवयव 2×3

2 + 4 असे 6 चे अवयव होऊ शकत नाहीत.

कारण इथं गुणाकार नसून बेरीज आहे.

अवयव : रिकाम्या जागा भरा :

A I) $16 = 2 \times 2 \times \square \times \square$

II) $30 = \square \times 3 \times \square$

III) $45 = \square \times \square \times \square$

IV) $48 = \square \times 2 \times \square \times \square \times \square$

B 3×5 हे $\square$ चे अवयव आहेत.

C दोन अवयवांचे मध्ये + − × ÷ यांतील कोणतं चिन्ह असतं ?

रामू की दामू ? कोणाची मांडणी व्यवस्थित वाटते ?



रामू	दामू
$30 = 3 \times 5 \times 2$	$30 = 2 \times 3 \times 5$





तान्या : गोंद्या, तुला मसावि भेटला का मसावि ?

गोंद्या : म्हस आली ? कुनाची ?

तान्या : म्हस न्हाई र. मसावी. गुर्जी म्हणतात, 24 आणि 36 चा मसावि 12. सर्वांत मोठ्ठा. 24 आणि 36 पेक्षा सुद्धा**?**

गोंद्या : आँ ? अर बाबा तसं न्हाइ. हे बघ. 24 आणि 36 ला 2 नं भाग जातो. 4 नं जातो. 6 नं जातो तसाच 12 नं बी जातो. आता या समद्या **भागनाऱ्यांत मोठा कोन ?**

तान्या : 12.

गोंद्या : म्हणून तो महत्तम.

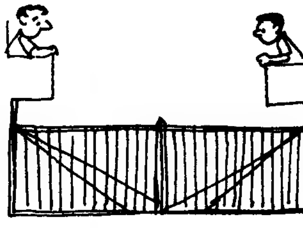
तान्या : आणि सा म्हणजे ? गाण्यातला सा का ?

गोंद्या : सा म्हणजे सामाईक, साधारण किंवा कॉमन.6 नं 24 व 36 या दोन्ही संख्यांना भाग जातो. म्हणजे **कॉमन भागणारा.**

तान्या : आणि वि म्हणजे ? विहिरीतला का ?

गोंद्या : वि म्हणजे विभाजक. **ज्यानं पूर्ण भाग जातो तो.** 6 नं 24 व 36 ला पूर्ण भाग जातो. म्हणून 6 हा विभाजक.

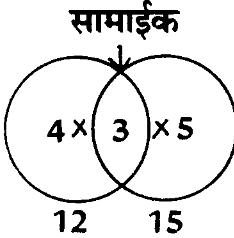
तान्या : हां. आता आलं ध्यानात. म-सा-वि. आता माझा बी 'गुर्जी' झाला.



दोन चाळींचा **कॉमन** दरवाजा



पलीकडलं शेत.
ते शेत आमचं व
काकांचंही आहे.
आम्ही मिळून मिसळून
शेतावर काम करतो.
ते शेत आमचं कॉमन आहे.
सामाईक आहे.



म = महत्तम
सा = सामाईक
वि = विभाजक

□□□



आम्ही भावंडं देवाच्या उत्सवाला गेलेलो. गावातील देऊळ सुरेख आहे. रोज रात्री पालखी निघते. कीर्तनकार सुरेख गोष्टी सांगतात. गाणी म्हणतात. मोठी मजा येते. खोबऱ्याचा प्रसाद मिळतो.

आज आम्ही देवासाठी फुलं आणली. मोगऱ्याची 40 आणि चाफ्याची 60.

आज्जी म्हणाली, 'मोगऱ्याच्या फुलांच्या आणि चाफ्याच्या फुलांच्या माळा करायच्या. सगळ्या माळांत सारखी, (इक्वल्) फुलं हवीत हं. आणि...'

मेनका म्हणाली, 'आयडिया ! आम्ही 4, 4 फुलांच्या माळा करतो.

आज्जी म्हणाली, 'अग मेनू, माझं ऐकून तरी घे. प्रत्येक माळेत जास्तीत जास्त फुलं हवीत. आणि एकही फूल उरता कामा नये.'

विवेक स्मार्ट आहे. तो म्हणाला, 'थांबा रे चिमण्यांनो'. त्यानं अवयव पाडले. कॉमन अवयांवर काट मारली.

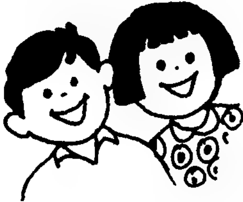
$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ $\qquad$ $2 \times 2 \times 5 = 20$

प्रत्येक माळेत 20 फुलं.

$40 \div 20 = 2$. मोगऱ्याच्या 2 माळा

$60 \div 20 = 3$. चाफ्याच्या 3 माळा



आज्जी आज्जी आम्ही तुला माऽनले !



मेनका : 10, 10, फुलांची माळ का चालणार नाही ?

आज्जी : कारण 20 मोठे 10 पेक्षा. $20 > 10$

मेनका : 15 फुलांची का चालणार नाही ?

आज्जी : कारण 15 नं 60 ला भाग गेला तरी 40 ला जात नाही. (म्हणजे फुलं उरणार. $40 \div 15 = 2$ माळा व 10 फुलं शिल्लक)

मेनका : 20 पेक्षा मोठे समजा, 21 घेतले.

बंडू : अग मेनू, 21 नं 40 व 60 ला पूर्ण भाग जातो का ?म्हणजे फूलं उरणार. ती काय तुझ्या नाकाला लावायची ?

मेनका : बघ हं बंड्या--

विवेक : अरे भांडता कशाला ? चला, आपण आजीचं गाणं म्हणू या. बडी अम्मा बडी अम्मा मानले ! आज्जी आज्जी, आम्ही तुला मानले !



उदाहरणे

मसावि काढा :

(a) 4 व 18 (b) 6 व 12 (c) 3 व 24

(d) 15, 50 (e) 100, 200 (f) 70, 105

बक् अप् !

21 व 5 * या दोन संख्यांचा मसावि 7 आहे. तर त्यापैकी दुसरी संख्या कोणती ?

आई

शंकर, हरी व दत्ता. तीन भावंडं. वेगवेगळ्या गावी नोकरीला असतात. आजच तिघेजण आपल्या आईला भेटायला आले. मायलेकरांना आनंद झाला.

खूप गप्पा झाल्या. जेवण झालं.

तिघे निघाले.

आई : आतां पुन्हा केव्हा येणार बाळांनो ?

शंकर : मी दर 3 दिवसांनी येईन.

हरी : मी दर 4 दिवसांनी येईन.

दत्ता : मी दर 5 दिवसांनी येईन.

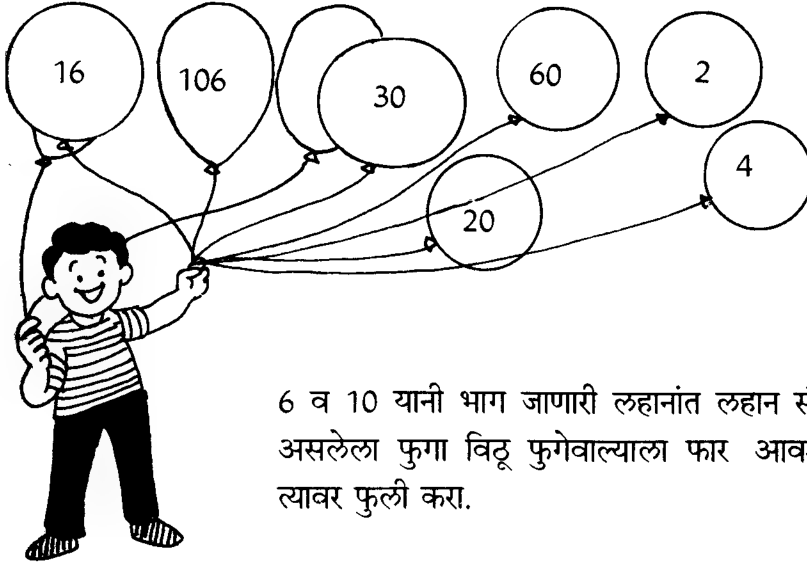
माउली त्यांची वाट पाहणार आहे. तिघे भाऊ लवकरात लवकर एकाच दिवशी आईला किती दिवसांनी भेटतील ते तुम्ही सांगू शकाल ?

शंकर	हरी	दत्ता
3	4	5
6	8	10
9	12	15
12	16	20
15	20	25
18	24	30
21	28	35
24	32	40
27	36	45
30	40	50
33	44	55
36	48	60
39	52	
42	56	
45	60	
48		
51		
54		
57		
60		

कान करा.

प्रवीण : अग प्रज्ञा, हे तिघे आपल्या आईला 120, 180,... दिवसांनीसुद्धा भेटू शकतील की !

प्रज्ञा : अरे बाबा, म्हणूनच मुद्दाम 'लवकरात लवकर' कधी, ते विचारलंय. नाहीतर लांबण वाढतच जाईल !



6 व 10 यानी भाग जाणारी लहानांत लहान संख्या असलेला फुगा विठू फुगेवाल्याला फार आवडतो. त्यावर फुली करा.

स - स-सर मी सांगू ?

महत्तम की महतम ?

लघुत्तम की लघुतम ?

मसावि मध्ये वि म्हणज़े विभाज्य की विभाजक ?

लसावि मध्ये वि म्हणजे विभाज्यक, विभाजक कि विभाज्य ?





ऐकाऽऽ

(चाल : माळ्याच्या मळ्यामंदि)

लहानांत लहान सामाईक संख्या भागली जाणारी
असावी। असावी। तिजला म्हणतात लसावि हो लसावि ।।
6 आणि 8 चा 24 आला लसावि

$6 = 2 \times 3$

$8 = 2 \times 2 \times 2$

$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

उदाहरणे

लसावि काढा :

(1) 5, 6 (2) 10, 15 (3) 26, 39 (4) 30, 70
(5) 38, 95

नक्को नक्को--हं हं !

48

'6 आणि 8 नं मलासुद्धा भाग जातो. मी येऊ?'
'नक्को.'
'का? का? का?'
'भाग जाणाऱ्या संख्यांत 24 लहान आहे. तूं मोठी आहेस.'

24

'मी येऊ?'
'ये. 6 आणि 8 चा तूं आहेस लसावि.'

अय्या!

हा फरक आहे का?

अवयव 24 = 3 × 8

मूळ अवयव 24 = 2 × 2 × 2 × 3

चॅलेंज् !

(A) अशी कोणती लहानांत लहान वर्गसंख्या आहे की जिला 8 व 12 या संख्यांनी पूर्णपणे भाग जाईल?

(B) 20 जास्वंदीची व 30 चाफ्याची फुलं आहेत. दोन्ही प्रकारचे कमीत कमी हार तयार करा. सर्व हारांतील फुलांची संख्या समान हवी. एकही फूल उरता कामा नये. प्रत्येक हारात किती फुलं वापरावी हे शोधण्यासाठी खालीलपैकी काय करावं लागेल?

(1) लसावि (2) मसावि (3) बेरीज व भागाकार

दादाचं गुपित

स्मिता : ए, तुझ्या दादाचं लग्न ठरलं ना ?

चारू : तुला कसं कळलं ?

स्मिता : ते मी नाही सांगणार.

चारू : सांग ना—एवढं काय—

स्मिता : सांगितलं एका 'क्ष' व्यक्तीनं.

चारू : क्ष म्हणजे कोण असेल बरंऽऽ ?







बंडोपंत : गुंडोपंत मला वाचवा ! -- हा $7x$ सकाळपासून माझ्यामागं लागलाय्. तुक्यानं शंका विचारलीय्. $7x$ मध्ये आकड्यासोबत हे अक्षर कसं काय आलं बुवा ? सात एक्स् म्हणजे 'गुड् प्रभात' म्हणण्यासारखं आहे.

गुंडोपंत : समजा, एका पेटीत x आंबे आहेत.

बंडो. : समजलो. पुढं ?

गुंडो. : अशा 7 पेट्या आहेत असं समजा.

बंडो. : तेही समजलो.

गुंडो. : तर 7 पेट्यातील आंबे किती ?

बंडो. : सात वेळा x.

गुंडो. : म्हणजेच $7 \times x$ किंवा $7x$.

बंडो. : पण x म्हणजे नेमके किती ? समजा $x = 12$.

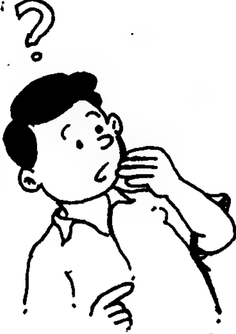
गुंडो. : तर $7x = 84$.

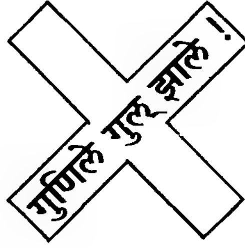
बंडो. : अच्छा. म्हणजे तात्पुरता सोईसाठी x धरायचा. पण x च का ? z का नाही ?

गुंडो. : धरा ना—

बंडो. : मी टँव् हा शब्द धरणार. एका रांगेत टँव् पोरं. तर 7 रांगात किती ?

गुंडो. : 7 टँव् पोरं... पण सुटसुटीत अक्षर घेणं जास्त सोईचं असतं. a, b,--- किंवा असंच कोणतेही.





राम्या : ए सोम्या $7 \times x$ असं न लिहिता तू $7x$ लिहिलंस.

सोम्या : गुणिले नाही लिहिले तरी चालेल.

राम्या : का—लिहायचा कंटाळा आला ?

सोम्या : अरे माझ्या सोन्या, $7x$, xy असंच लिहायची पद्धत आहे.

दिसला ग बाई दिसला !

$$7x \qquad xy$$

राम्या : तो पहा ! --- तो तिकडे --, आणि इकडे.

सोम्या : अरे, पण कोण ?

राम्या : तो x. दोन्ही ठिकाणी आहे. लग्नकार्यात एखादा माणूस मुलाकडला आणि मुलीकडला असतो तसा कॉमन्.

$21ab = 3 \times 7 \times a \times b$

$27ac = 3 \times 3 \times 3 \times a \times c$

$3a$ हा कॉमन (सामाईक) अवयव.

पदावल्यांचे सामाईक अवयव शोधा.

1) a, ab *2)* a, a^2b *3)* $3a$, $9ab$ *4)* $5am$, $15an$ *5)* m^2n, mn^2 *6)* $7mn$, $49nr$ *7)* a^2b^2, a^2b *8)* a^2bc^2, abc^2 *9)* xy^2z, x^2yz^2 *10)* $4st$, $16t^2s$

रेकॉर्ड डान्स

xy एकपदी

x^2y^2 एकपदी

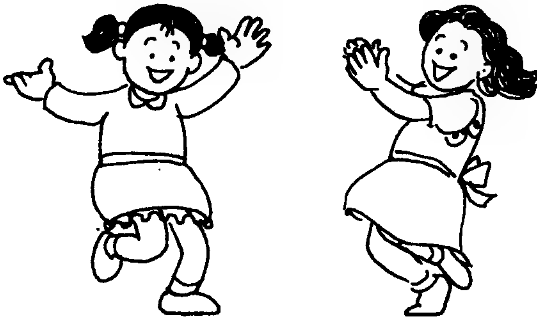
$x + 3$ —व्दिपदी

$ab + 3c$ द्विपदी

$ab - 3d$ द्विपदी

$ab + 3c + d$ त्रिपदी

पदी सिस्टर्स



या मुलींनी आईबाबांजवळ पदोपदी हट्ट करून रेकॉर्ड डान्ससाठी असे फ्रॉक्स शिवून घेतले. फ्रॉक्सवरील एकपदीभोवती वर्तुळ व द्विपदीभोवती चौकट करा.

मंगताच है

+, – हीच ती चिन्हं. यांतील एक किंवा ही दोन्ही बहुपदीत असायलाच पाहिजेत.

$x^2 + 5, a - b, m - n + b.$

अवयव पाडा

नमुना : $3x + 3y = 3(x + y)$

1) $5x + 10xy = 5(\square + \square) = 5x(\square + \square)$

2) $2mn + 3mq = m(\square + \square)$

3) $4ab + 5bd$ 4) $2x^2 - 8x$ 5) $25xy^2 + 125x^2y^2$

5 रु. च्या 4 नोटा

\+ 5 रु. च्या 3 नोटा

म्हणजे $5 \times 4 + 5 \times 3 = 35$ रु.

किंवा 5 रु. च्या $4 + 3 = 7$ नोटा $= 5(4 + 3)$

$= 5 \times 7 = 35$ रु.

हे 'कन्स' जल्दी आव !



बघतोच मी त्याला !

बाळूला आली सणक.
घेतली वही.
बाळू म्हणतो
$2a + ab = a(2 + b)$
कशावरून ?
टाकतो माझ्या मनातील किंमत.
$a = 5, b = 3$

$2a + ab = a(2 + b)$
$\therefore 2 \times 5 + 3 \times 5 = 5(2 + 3)$
$\therefore 10 + 15 = 5 \times 5$
$\therefore 25 = 25$
जमलं रे जमलं.
बाळूचं मन मोकळं झालं.

मुलांनो, आता तुम्ही बघा याला.

$2a + 2b = a(2 + b)$ समजा $a = 4,\ b = 2$

a व b च्या वेगवेगळ्या नवीन किंमती ठरवा व 2 उदाहरणं, कोणाचीही मदत न घेता, तयार करा.

कुठं आहे चूक ?

$5x + 10yx = 5x(2y)$

उदाहरणं

1) 2, 3, व 5 या संख्यांनी भागले असता प्रत्येक वेळी 1 ही बाकी उरेल अशी लहानांत लहान संख्या शोधा.
2) 14 व 49 या संख्यांनी भाग जाणारी लहानांत लहान संख्या कोणती ?
3) 9, 27, 81 या संख्यांचा मसावि व लसावि किती ?

उद्या सुटी ?



गुरुजी : मुलांनो 2 व 3 यांचा मसावि किती?

(मुलं चक्रावतात)

नाना : यांना मसावि आहे का गुर्जी ? का आमची फिरकी घेताय् ?

गुरुजी : मसावि आहे... काळजी करू नगस.... मसावि बोला. तू र---

विठू : मी नाही मास्तर, मसावि.

गुरुजी : (स्वगत) तू कसा असशील मसावि ? तू दिसतोस गोसावी. (मोठ्यानं) 2 आणि 3 ला भागणारी मोठ्यांत मोठी संख्या कोणती ?

नाना : सर, सर, आलं—

गुरुजी : अरे लवकर बोल. माझ्याच्यानं धीर धरवत नाही !

नाना : 2 आणि 3 ला 1 नं भाग जातो.

गुरुजी : वा र पठठ्या ! त्याचीच मी कवापासून वाट बघत होतो रे ! एकलाच लेका म्हणायचं मसावि.

नाना : गुर्जी उद्या सुट्टी का ?

गुरुजी : कसली र ?

नाना : मसावि ओळखला त्याची ?

उदाहरणं

अवयव पाडून मसावि काढा.

(a) 5, 15, 25 (b) 22, 33 66 (c) 12, 18, 24

(d) 24, 32, 48, 64 (e) 29, 87, 116, 145, 290

वर दिलेल्या संख्यामध्ये 8 चा पाढा कोठं लपला आहे ?

14, 28, ☐ यांचा मसावि 14 आहे. चौकटीतील संख्या 28 हून मोठी व 28 च्या जवळात जवळील संख्या आहे. तर ती कोणती ?

a) $\begin{array}{r} 2 \\ 11\overline{)\square\square} \end{array}$ बाकी 3

b) $\begin{array}{r} 2 \\ 13\overline{)\square\square} \end{array}$ बाकी 2

काकांची स्पेशल चूक

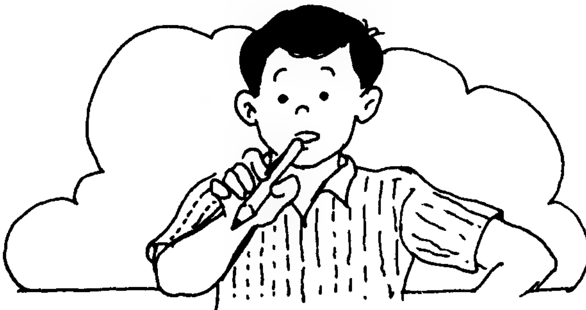
अशी संख्या सांगा की तिला 6 नं भागल्यास भागाकार 5 येईल व बाकी 6 येईल. कोणती चूक इथं आहे ?

2, 3, 7 यांनी भागली जाणारी लहानांत लहान संख्या अशी काढा की बाकी 1 उरेल.

लहानांत लहान अशी संख्या शोधून काढा की तिला 3 नं व 4 नं भागल्यास प्रत्येक वेळी बाकी 1 उरते पण 5 नं भागल्यास बाकी शून्य उरते.

लहानांत लहान अशी कोणती संख्या आहे की जिला 5 नं व 6 नं भागल्यास प्रत्येक वेळी बाकी 2 उरते व 23 नं निःशेष भाग जातो ?

2 व 5 या संख्यांनी भाग जाणारी लहानांत लहान तीन अंकी संख्या कोणती ?



असं का होतं ?

$4 = 2 \times 2$ } मसावि 2
$6 = 2 \times 3$ } लसावि = (मसावि) × (असामाईक अवयव)
= $(2) \times (2 \times 3) = 12$

$4 \times 6 = 2 \times 2 \times \underline{2 \times 3}$

मसावि | लसावित वापरलेले असामाईक अवयव

लसावित, मसावि म्हणून वापरलेले 2

म्हणूनच दोन संख्यांचा गुणाकार = मसावि × लसावि

पहिली संख्या	दुसरी संख्या	संख्यांचा गुणाकार	मसावि	लसावि	मसावि व लसावि यांचा गुणाकार
4	6	24	2	12	24

हा सगळा पटींचा खेळ

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 3 \times 4$

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4 \times 4$

1 ली पायरी : 4 ची चौपट ÷ 4 ची तिप्पट = 4 ची तिप्पट.

बाकी आली 4 म्हणजेच 4 ची 1 पट.

दुसरी पायरी : 4 ची तिप्पट ÷ 4 ची एकपट बाकी आली शून्य. म्हणजेच इथं आहे पूर्णपट. म्हणजे हा होता 4 च्या पटींचा खेळ.

इथं 4 हा मसावि.

हा खेळ आहे x च्या पटींचा.

इथं x हा आहे मसावि आहे.

$$3x \overline{)\,4x\,}\ \ 1$$
$$\underline{-3x}$$
$$x$$

अरारारारा5S
काहीतरी बिघडलं !

दोन संख्यांचा गुणाकार आणि त्यांचा मसावि व लसावि यांचा गुणाकार हे समान असतात. **पण तीन संख्यांच्या बाबतीत हे लागू पडतेच असे नाही.**

$6 = 2 \times 3$

$8 = 2 \times 2 \times 2$

$10 = 2 \times 5$

मसावि= 2

लसावि = $2 \times$ असामाईक अवयव

मसावि	लसावितील मसावि	असामाईक अवयव
↓	↓	↓
2	2	$2 \times 2 \times 3 \times 5$

$$6 \times 8 \times 10 = 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times \boxed{2} \times 5$$

याची वर्णी वर लागली नाही.

पण 3, 4, 5, ह्यांचा म. सा. वि. 1 आणि ल. सा. वि. 60

$3 \times 4 \times 5$ हा गुणाकार 60 व (म. सा. वि.) × (ल. सा. वि.) = 60 च.

बौद्धिक टॉनिक

1) 2 या संख्येच्या 3 री व 4 थी अशा अनुक्रमे दोन पटी 6 व 8 या आहेत. त्याप्रमाणे 5 या संख्येच्या दोन क्रमवार पटसंख्यांची बेरीज 45 आहे. तर त्या कितव्या पटी आहेत ?

उत्तर :

45 या पटसंख्येच्या बेरजेला 5 नं भागलं तर येणारा भागाकार 9 हा त्या दोन क्रमवार पटींची बेरीज असला पाहिजे. म्हणून त्या क्रमवार पटी 4 व 5 ह्या होत.

2) सोबतच्या भागाकाराच्या उदाहरणात * च्या जागी तोच तोच अंक आहे. तर ते उदाहरण बरोबर होण्यासाठी * च्या जागी कोणता अंक हवा ?

```
      * 1
  * ) 2 * *
     -2 *
        *
      - *
        0
```

उत्तर :

पहिला भाग * व भाजक * यांचा गुणाकार 2 * असा असला पाहिजे. म्हणून * च्या जागी 5 हा अंक पाहिजे.
तसं असेल तरच दिलेले उदाहरण बरोबर होईल.

```
      51
  5 ) 255
     -25
        5
       -5
        0
```

3) $11 \times 9 = 99$ यावरून $100,00,00 \div 11$ ह्या भागाकाराच्या उदाहरणात भागाकार व बाकी किती येईल हे प्रत्यक्ष भागाकार केल्याशिवाय काढा.

उत्तर :

भाज्यातील पहिल्या तीन अंकांनी होणारी संख्या 100. तिला 11 नं भागल्यावर भागाकार 09 व बाकी 1 येतील. ह्या बाकीच्या पुढं भाज्यातील पुढचे दोन अंक घेतल्यावर पुन्हा 100 ही संख्या होईल. म्हणून इष्ट भागाकार 090909 आणि बाकी 1.

☐32 या संख्येला 4 नं भाग जाईल का ? जाईल. कारण 32 ला 4 नं भाग जातो. शतकस्थानी कोणता का अंक असेना — 100 ला 4 नं भाग जातो ! बरं, 3 ची कसोटी तुम्हांला माहीत आहे. आता चटकन् सांगा.

4) 12879 * 20 या संख्येतील ताऱ्याच्या जागी 2, 3, 4 यांपैकी कोणता अंक असेल तर त्या संख्येला 12 नं निःशेष भाग जाईल ?

उत्तर :

संख्येतील शेवटच्या दोन अंकांनी होणारी संख्या 20. हिला 4 नं भाग जातो. आता 3 नं त्या संख्येला भाग जाण्यासाठी अंकांच्या बेरजेला 3 नं भाग गेला पाहिजे. म्हणून दिलेल्या अंकांपैकी 4 हा अंक ताऱ्याच्या जागी पाहिजे.

5) 2 आणि 3 या दोन्ही संख्यांनी भाग जाणारी 15 पेक्षा मोठी अशी 10 वी संख्या कोणती ?

उत्तर :

2 व 3 या दोन्ही संख्यांनी भाग जाणारी म्हणजे 6 नं भाग जाणारी 15 नंतरची पहिली संख्या 18. म्हणून अशी दहावी संख्या = $18 + (6 \times 9) = 72$

6) सरांनी फळ्यावर पुढील भागाकार थोडासा केला व ते इतक्यात

वर्गात आलेली नोटीस मनात वाचू लागले.

प्रवीणनं शून्याचा भाग पाहिला आणि चटकन् भागाकारात पुढील अंक लिहून टाकले. व भागाकार पुरा केला तर ते अंक कोणते ?

$$27 \overline{\smash{)}100000}\quad 370$$

उत्तर :

तिसरा भाग शून्याचा लागल्यावर भाज्यातील आणखी एक शून्य खाली घेतलं म्हणजे 100 हा भाज्य होईल व पुन्हा 3, 7 असे भाग लागत जातील. म्हणून 3, 7 हे उत्तर.

7) दोन क्रमवार सम संख्यांचा लसावि 60 आहे. तर त्या संख्या कोणत्या ?

उत्तर :

दोन क्रमवार सम संख्यांचा मसावि 2 असतो. 60 या लसाविला 2 या मसाविनं भागलं तर येणारी 30 ही संख्या असामाईक अवयवांचा गुणाकार असणार व ते असामाईक अवयव हे क्रमवार संख्या असल्या पाहिजेत. 30 च्या अवयवांच्या जोड्या (2×15), (3×10), (5×6) यापैकी 5 व 6 या क्रमवार संख्या आहेत. म्हणून हव्या असलेल्या संख्या $2 \times 5 = 10$ व $2 \times 6 = 12$ या आहेत.

8) 3 नं व 7 नं भागलं असता बाकी प्रत्येकी 1 उरते. पण 8 नं भागलं तर मात्र बाकी 0 उरते. तर अशी लहानांत लहान संख्या कोणती ?

उत्तर :

3 व 7 यांचा लसावि $(3 \times 7) = 21$ आहे. बाकी 1 उरते याचा अर्थ असा की 21 किंवा 21 च्या पटीमध्ये 1 अधिक अशी संख्या

अपेक्षित आहे. 21 + 1 = 22 ला 8 नं निःशेष भाग जात नाही.
21 × 3 + 1 = 64 या संख्येला 8 नं भागलं तर पूर्ण भाग जातो.
(म्हणजेच बाकी शून्य उरते.) म्हणून 64 हे उत्तर.

9) तुम्ही सोडवा :—
2 नं व 3 नं भागलं असता बाकी प्रत्येकी 1 उरते व 5 नं भागलं असता बाकी 0 उरते. तर अशी लहानांत लहान संख्या कोणती ?

10) 14 व * 7 या दोन संख्यांचा मसावि 7 आहे तर त्यांपैकी दुसरी संख्या कोणती असेल?

उत्तर :

7 हा 14 व * 7 या दोन संख्यांचा मसावि म्हणजे * 7 या संख्येला 7 नं निःशेष भाग गेला पाहिजे. म्हणजेच ती संख्या 7 च्या पटीत असली पाहिजे. 7 × 11 = 77 ∴ दुसरी संख्या 77.

11) एक अंकी दोन संख्यांचा गुणाकार 48 आहे. त्यांचा मसावि 2 आहे. तर त्या संख्यांची बेरीज किती ?

उत्तर :

दोन संख्यांचा गुणाकार = मसावि × लसावि यावरून
48 ÷ 2 = 24 हा लसावि.
लसावि ÷ मसावि = असामाईक अवयवांचा गुणाकार म्हणजेच
24 ÷ 2 = 12
आता 12 च्या विभाजकांच्या जोड्या शोधून काढू.

(1 × 12), (2 × 6), (3 × 4)

मसाविनं गुणून पुढील संख्या मिळतात.

$1 \times 2 = 2$
$2 \times 12 = 24$ } 24 ही संख्या एक अंकी नाही.

$2 \times 2 = 4$
$2 \times 6 = 12$ } 12 ही संख्या एक अंकी नाही.

$2 \times 3 = 6$
$2 \times 4 = 8$ या दोन्ही संख्या एक अंकी आहेत.

इष्ट संख्या 6 व 8. त्यांची बेरीज 14 हे उत्तर.

12) दोन अंकी दोन संख्यांचा मसावि 5 आहे व गुणाकार 300 आहे तर त्या संख्या कोणत्या ?

उत्तर :

दोन संख्यांचा गुणाकार ÷ मसावि = लसावि

$15 \times 20 = 300$ $300 \div 5 = 60$

$60 \div$ म.सा.वि. $= 60 \div 5 = 12$ हा असामाईक अवयवांचा गुणाकार.

$12 = (1 \times 12)$, किंवा (2×6), किंवा (3×4).

1 व 12 हे असामाईक अवयव घेतले तर 5 व 60 या संख्या येतील. पण 5 ही दोन अंकी नाही.

2 व 6 हे असामाईक अवयव होत नाहीत, कारण त्यांना 2 हा सामाईक अवयव आहे.

3 व 4 हे असामाईक अवयव घेतले, तर इष्ट संख्या 15 व 20 या येतात.

मसावि लसावि उदाहरणं :

1) रु. 2.50 व रु. 1.75 ह्या रकमा देण्यासाठी कोणत्या एकाच प्रकारच्या मोठ्यांत मोठ्या नाण्याचा (आवश्यकतेनुसार कितीही वेळा) उपयोग करता येईल ?
   2.50 रु. = 250 पैसे, 1.75 रु. = 175 पैसे. 250 व 175 चा म.सा.वि. = 25. म्हणून मोठ्यांत मोठ्या 25 पैशांच्या नाण्यांचा उपयोग करता येईल.

2) रामराव फिरायला निघाले आहेत. जास्तीत जास्त किती वेग ताशी ठेवल्यास 12, 18 किंवा 27 किमीचं अंतर ते पूर्ण तासांत कापू शकतील ?
   येथे 12, 18, व 27 यांचा म. सा. वि काढणे आवश्यक आहे.तो 3 आहे.म्हणून रामरावांचा जास्तीत जास्त वेग ताशी 3 कि. मी. असला पाहिजे.

3) तीन शाळांतील 78, 104 व 130 अशी मुलं कवायतीला जमली. सरांनी तिन्ही शाळांतील मुलांच्या अशा रांगा केल्या की सर्वच्या सर्व रांगेतील मुलं सारखी होती. तर कमीत कमी रांगा किती झाल्या असतील ?
   उत्तर :
   12 **रांगा.** (दांडी उडाली का ?)

उत्तरं

पृष्ठ 12 दहा, चार, तीन, दोन, एक X, 3; 4, 20

पृष्ठ 14 (1) 2 (2) 1 (3) 2

पृष्ठ 22 भागाकारात पहिल्या 2 या अंकानंतर शून्याचा भाग हवा.
अचूक भागाकार : 202
चॅलेंज्चं उत्तर : A = 1, B = 2
A = 5, B = 2 किंवा
A = 6, B = 3
प्रत्येक ताऱ्याच्या जागी 5 हा अंक हवा.

पृष्ठ 23 2.

पृष्ठ 29 (a) 2 (b) 6 (c) 3 (d) 5 (e) 100 (f) 35
बक् अप्चं उत्तर : 56

पृष्ठ 32 लसावि : (1) 30 (2) 30 (3) 78
(4) 210 (5) 190

पृष्ठ 33 चॅलेंज् : (A) 144 (B) लसावि

पृष्ठ 36 (1) a (2) a (3) 3a (4) 5a
(5) mn (6) 7n (7) a^2b (8) abc^2
(9) xyz (10) 4st

पृष्ठ 37 (1) $5(x + 2xy) = 5x(1 + 2y)$
(2) $m(2n + 3q)$
(3) $b(4a + 5d)$
(4) $2x(x - 4)$
(5) $25xy^2(1 + 5x)$

पृष्ठ 38 खरं उत्तर : $5x + 10yx = 5x\,(1 + 2y)$

(1) 31 (2) 98 (3) मसावि 9 लसावि 81

पृष्ठ 39 चौकटीतील संख्या : 42

पृष्ठ 40 काकांची स्पेशल चूक : बाकी भाजकापेक्षा कमी पाहिजे.

43

25

92

100

* * * *



हसत खेळत गणित

मुलाला एखादा विषय आवडणे, न आवडणे हे तो विषय शिकवण्याच्या पद्धतीवर अवलंबून असते. शिकवण्याच्या गंभीर, रुक्ष पद्धतीने मुले त्या विषयाला कंटाळतात. उलट तोच विषय हसत-खेळत, गमतीदार पद्धतीने मांडला, तर मुले त्यात रंगून जातात.

गणित हा शालेय अभ्यासक्रमातील अत्यंत महत्वाचा विषय. पण बहुतेक मुलांना हा विषय म्हणजे फक्त कंटाळवाणी किचकट आकडेमोड वाटते. हीच 'कंटाळवाणी किचकट आकडेमोड' वेगळ्या रुपात, वेगळ्या वेशात मुलांपुढे आली तर? आपण एक गमतीदार नवीन खेळच् खेळत आहोत, असे म्हणता म्हणता गणितातील काही महत्वाची सूत्रे त्यांच्यां मनात ठसलेली असतात.

दहा ते अकरा वर्षे वयोगटातील इयत्ता पाचवी-सहावीच्या मुलांसाठी भागाकार, गुणाकार, लसावि आणि मसावि या संकल्पनांची अशीच हसतखेळत ओळख करून देणारे हे पुस्तक मुलांप्रमाणेच हा विषय शिकवणाऱ्या गणित शिक्षकांनाही उपयोगी पडेल.

